5. *Белышев Д. В.* Опыт импортозамещения в медицинской информационной системе «Интерин PROMIS Alpha» // Программные системы: теория и приложения. – 2022. – Т. 13. №4(55). – С. 93-109. – DOI: 10.25209/2079-3316-2022-13-4-93-109.
6. *Патракова А.* Минцифры определило три самых популярных российских Linux // CFNews. – 2022. – URL: https://www.cnews.ru/news/top/2022-11-01_razrabotchikov_po_zastavyat?ysclid=ldu6l2154s660667031 (дата обращения 07.08.2023).
7. Моно – Лаборатория 50 (lab50.net). – URL: https://lab50.net/моно (дата обращения 07.08.2023).

DOI: 10.25728/iccss.2023.18.83.024

Сомов С.К.

Показатели надежности работы распределенных систем обработки данных, использующих и не использующих механизмы восстановления разрушенных данных

Аннотация: В работе рассматривается варианты распределенных систем обработки данных, в узлах которых размещен оперативный резерв из копий массивов данных, используемых при обработке запросов. В процессе обработки запроса оперативный резерв может быть разрушен, а узел становится неработоспособным. Рассмотрены варианты с восстановлением отказавшего узла и без восстановления. Для данных вариантов получены аналитические выражения основных показателей надежности функционирования систем.

Ключевые слова: распределенные системы обработки данных, оперативное резервирование, показатели надежности работы распределенных систем

Для обеспечения высокой степени сохранности данных и их эффективного использования при обработке запросов в распределенных системах обработки данных (РСОД) широко используется информационная избыточность в виде оперативного резерва массивов данных (ОР). ОР состоит из нескольких копий массива данных, которые поочередно используются при обработке запросов к данным массива. Идентичные копии ОР могут быть размещены в нескольких узлах РСОД [1].

Использование нескольких копий массива данных при обработке запросов к данным массива позволяет повысить вероятность успешной обработки в узлах РСОД запросов к данным этого массива [2, 3] и, тем самым повысить надежность работы всей распределенной системы. Применение ОР существенно снижает вероятность разрушения данных, но не исключает ее полностью. В результате разрушения ОР в некотором узле системы этот узел становится неработоспособным. Ранее поступавшие в отказавший узел запросы к данным равномерно распределяются по другим работоспособным узлам с копиями, в которых размещены копии аналогичного оперативного резерва. Работоспособность отказавшего узла может быть восстановлена с использованием одного из методов восстановления данных разрушенного ОР отказавшего узла.

Оперативный резерв массива данных представляет собой некоторое количество копий этого массива данных, размещенных в одном или нескольких узлах системы. Функционирование РСОД, использующей оперативное резервирование, формально можно представить, как последовательность переходов системы в пространстве возможных состояний. Такие переходы системы между различными состояниями осуществляются при отказе узлов при обработке запросов к данным оперативного резерва, размещенного в этом узле. Состояние системы в произвольный момент времени можно определить, как количество работоспособных и количество отказавших узлов. После отказа узла системы запросы к данным, ранее поступавшие в этот узел, равномерно распределяются между работоспособными узлами. При отказе всех узлов РСОД переходит в состояние отказа и перестает обрабатывать запросы к данным.

В работе рассматриваются показатели надежности нескольких вариантов работы РСОД, в которых отказавшие узлы:

– не восстанавливаются,
– восстанавливаются при помощи ОР ближайшего работоспособного узла с аналогичным ОР.

В первом варианте рассматривается РСОД, в которой разрушенный в процессе обработки запроса ОР не восстанавливается, и узел с ОР переходит в неработоспособное состояние.

Допустим, что РСОД имеет *M* (из всех *N*) узлов с ОР. Множество состояний системы обозначим как *H:*

$$H = \{H_0, H_1, \dots, H_M, H_{1,2}, \dots, H_{1,2,\dots,\mathrm{M}}\}. \qquad (1)$$

Состояние $H_{1,2},..n$ множества *H* соответствует ситуации, когда в системе неработоспособны узлы с ОР с номерами $(1,2,\dots,n)$. Тогда в состоянии H_0 в системе все узлы работоспособны. Перенумеровав последовательно элементы из *H*, получим множество *S*:

$$H = S = H = S = \{S_0, S_1, \dots, S_M, S_{M+1}, \dots, S_N\},\ \ N = 2^M. \qquad (2)$$

Процесс случайных переходов РСОД между состояниями из *S* это однородный процесс, т.к. состояние системы в будущем не зависит от истории предыдущих ее переходов. Оно зависит только от текущего ее состояния [4, 5].

Тогда условная вероятность $P\{\xi(t) = S_j/\xi(u) = S_i\}$ ситуации, когда в момент времени *t* система находится в состоянии S_j с учетом того, что в момент времени *u*, РСОД была в состоянии S_i, равна:

$$\begin{aligned} P\{\xi(t) = S_j/\xi(t_1) = S_{i_1}, \dots, \xi(t_n) = S_{i_n}, \xi(t_u) = S_i\} \\ = \{\xi(t) = S_j/\xi(t_u) = S_i\} \\ = p_{ij}(t-u) \\ u > t_n > \dots > t_1; \quad t > u;\ \ i,j \in \{0,1,\dots,N\}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Значения p_{ij} переходных вероятностей случайного процесса переходов системы рассчитываются по формуле:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0 - \text{при } (i < j) \text{ или когда } \xi(t) = S_j \neq \\ \neq S_i = \xi(t-1) \text{ и } |I_0(t)| = |I_0(t-1)| \\ \prod_{n \in R} \tau_n(S_i) \left[\prod_{n \in R} \beta_n(S_i) \right]^{-1} \prod_{n \in I_p(S_i)} \beta_n S_i - \\ - \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (4)$$

В данной формуле использованы обозначения:

$I_0(t)$ – множество номеров узлов, отказавших к моменту времени t. $I_p(S_i)$ – множество работоспособных узлов системы, находящейся в состоянии S_i. $\tau_n(S_i)$ – вероятность отказа за единицу времени узла n системы, находящейся в состоянии S_i. $R = [I_0(S_i) - I_0(S_j)]$ – множество узлов, которые отказали за один шаг перехода системы из состояния (S_i) в состояние $I_0(S_j)$. $I_p(S_i)$ – множество номеров работоспособных узлов системы, находящейся в состоянии S_i. $\beta_n(S_i) = \tau_n(S_i)$.

Поскольку в РСОД отказавшие узлы не восстанавливаются, то такая система это невосстанавливаемый объект с конечным множеством работоспособных состояний и одним состоянием отказа. Такой процесс переходов системы между состояниями является поглощающей цепью Маркова с дискретным временем.

Пусть $p_{ij}(n)$ – это вероятность перехода системы за n шагов из S_i в S_j, которая равна:

$$p_{ij}(n) = \sum_{S_m \in S^1} p_{im} p_{mj}(n-1); \quad p_{mj}(0) = \delta_{mj}. \quad (5)$$

Здесь S^1 это множество невозвратных состояний РСОД, а $\delta_{ij} = 1$ если $i = j$ и 0 при $i \neq j$.

За единичный интервал времени система делает один переход между состояниями, тогда на интервале $[0, t_0]$ будет выполнено t_0 шагов. Так как $p_{0N}(n) = 0$ при $n < N$, то вероятность $P(t_0)$ безотказной работы РСОД и вероятность $Q(t_0)$ ее отказа на интервале $[0, t_0]$ равны:

$$P(t_0) = 1 - \sum_{n=N}^{t_0} p_{0N}(n); \qquad Q(t_0) = \sum_{n=N}^{t_0} p_{0N}(n). \tag{6}$$

Вероятность $P(t, t + t_0)$ безотказной работы системы на интервале от t до $[t, t + t_0]$ в соответствии с формулой условной вероятности равна:

$$P(t + t_0) = P(t + t_0)/P(t). \tag{7}$$

Вероятность $Q(t + t_0)$ отказа системы на интервале времени $[t, t + t_0]$ равна:

$$Q(t + t_0) = 1 - P(t + t_0)/P(t). \tag{8}$$

Если параметры РСОД таковы, что вероятность одновременного отказа двух и более узлов системы равна нулю, то среднее время T_1 работы РСОД до отказа равно:

$$T_1 = \sum_{j=0}^{N-1} p_{j,j+1}^{-1} = \sum_{j=0}^{N-1} \left(1 - p_{jj}\right)^{-1}. \tag{9}$$

Во втором варианте рассматривается РСОД, которая использует ОР резерв работоспособного узла для восстановления разрушенных данных в неработоспособном узле. Переходы такой системы из одного состояния в другое происходят при отказах узлов и/или при восстановлении работоспособности ранее отказавших узлов.

Предположим, что в момент времени t система находится в состоянии $\xi(t)$, а произвольный узел j за единичный интервал времени обрабатывает $\lambda_j(t)$ запросов, а система находится в состоянии $\xi(t)$.

Предположим, что в начальный момент t_0 времени система работоспособна и в ней нет отказавших узлов. Через $\xi(t_0) = H(t_0)$ обозначим исходное работоспособное состояние системы в момент времени t_0, а через $\lambda_j^0 = \lambda_j(t_0)$ – число запросов, которое узел j обрабатывает в момент времени t_0. Работоспособный узел j в момент времени t будет обрабатывать $\lambda_j(t)$ запросов:

$$\lambda_j(t) = \lambda_j^0 + M_P^{-1}(t) \sum_{i \in I_O(t)} \lambda_i^0. \qquad (10)$$

Здесь $I_0(t)$ – это множество номеров узлов, отказавших к моменту времени t , $M_\text{Р}(t) = M - |I_0(t)|$ – это количество работоспособных в момент времени t узлов системы с размещенных в них ОР.

При обработке запроса узел j может отказать с вероятностью Q_j. Тогда для единичного интервала времени $(t, t+1)$ вероятность $\tau_j(t)$ отказа узла j и вероятность $\beta_j(t)$ безотказной работы узла будут соответственно равны:

$$\tau_{j(t)} = 1 - P_j^{\lambda_j(t)};\ \ \beta_j(t) = 1 - \tau_{j(t)} = P_j^{\lambda_j(t)};\ \ P_j = 1 - Q_j. \quad (11)$$

Процесс переходов РСОД из одного состояния в другое – это однородный процесс, так как будущее состояние системы не зависит от истории ее предыдущих переходов, а зависит только от текущего ее состояния. Тогда условная вероятность $P\{\xi(t) = S_j/\xi(u) = S_i\}$ того, что система в момент времени t находится в состоянии S_j при том условии, что система в момент времени u находилась в состоянии S_i, будет равна:

$$\begin{aligned} P\{\xi(t) = S_j/\xi(t_1) = S_{i_1}, \dots, \xi(t_n) = S_{i_n}, \xi(t_u) = S_i\} = \\ = \{\xi(t) = S_j/\xi(t_u) = S_i\} = p_{ij}(t-u). \end{aligned} \qquad (12)$$

При этом: $u > t_n > \cdots > t_1;\quad t > u;\ \ i,j \in \{0,1,\dots,N\}$.

То есть, условная вероятность $P\{\xi(t) = S_j/\xi(u) = S_i\}$ зависит от интервала времени, прошедшего от момента времени u до момента t.

Пусть $p_{ij}(t-u)$ – это условная вероятность перехода системы из состояния S_i в состояние S_j за интервал времени, равный $(t-u)$. Переходы системы из одного состояния в другое происходят за единичный интервал времени. Тогда разница между моментами времени t и u будет равна 1 $(t-u=1)$, а условная вероятность

$p_{ij}(t-u) = p_{ij}(1) = p_{ij}$ – это переходная вероятность системы для состояний S_i и S_j.

Значения p_{ij} переходных вероятностей рассматриваемого процесса будут рассчитываться по формуле:

$$p_{ij} = \\ = \begin{cases} 0, \textit{при } (i < j) \textit{ или когда } \xi(t) = S_j \neq S_i = \xi(t-1) \\ \qquad \textit{и } |I_0(t)| = |I_0(t-1)|; \\ \prod_{n \in R} \tau_n(S_i) \left[\prod_{n \in R} \beta_n(S_i) \right]^{-1} - \textit{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (13)$$

В данной формуле использованы следующие обозначения: $I_0(t)$ – множество номеров узлов системы, которые отказали к моменту времени t; $I_p(S_i)$ – множество номеров работоспособных узлов системы, находящейся в состоянии S_i; $\tau_n(S_i)$ – вероятность отказа узла n за единицу времени, когда система в состоянии S_i; $R = \left[I_0(S_i) - I_0\left(S_j\right)\right]$ – множество номеров узлов, отказавших за переход системы за один шаг между двумя состояниями; $I_p(S_i)$ – множество номеров узлов, работоспособных при состоянии S_i системы. $\beta_n(S_i) = \tau_n(S_i)$. Процесс переходов системы между разными состояниями является поглощающей цепью Маркова с дискретным временем.

Рассмотрим следующие важные показатели надежности системы: T_1 – среднее время работы системы до отказа; $Q(t_0)$ и $Q(t, t+t_0)$ – вероятность отказа системы в интервалах времени $[0, t_0]$ и $[t, t+t_0]$; $P(t_0)$ и $P(t, t+t_0)$ – вероятность безотказной работы системы в интервалах времени $[0, t_0]$ и $[t, t+t_0]$.

Перечисленные показатели надежности получим на примере системы, функционирующей на основе однородной полносвязной вычислительной.

Обозначим через $S = \{S_0, S_1, \dots, S_N\}$ множество всех состояний системы, у которой множество узлов с оперативным резервом равно N. S_j – это такое состояние системы, в котором отказали j узлов с ОР. Интенсивность запросов, обрабатываемых каждым из узлов системы, находящейся в состоянии S_0, будет равна λ_0.

Интенсивность запросов, обрабатываемых узлами сети, работоспособными в состоянии S_j системы, обозначим как λ_j. Тогда получим следующую формулу для расчета λ_j:

$$\lambda_j = \lambda_0 + \lambda_j (N - j)^{-1} = \lambda_0 N (N - j)^{-1}. \tag{14}$$

Вероятность τ_j того, что за единичный интервал времени откажет один из узлов сети, находящейся в состоянии S_j, с учетом формулы вычисляется следующим образом:

$$\tau_j = 1 - p^{\lambda}. \tag{15}$$

Переходные вероятности для рассматриваемой сети будут вычисляться по следующей формуле:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, \text{при } i < j; \\ C_{N-j}^{j-i} \tau_i^{j-i} \beta_i^{N-j}, \text{при } 0 \le i \le j \le N. \end{cases} \tag{16}$$

На интервале времени от 0 до t_0 система совершит t_0 шагов. Тогда с учетом того, что, $p_{0N}(n) = 0$ при $n < N$, мы получим:

$$P(t_0) = 1 - \sum_{n=N}^{t_0} p_{0N}(n); \;\; Q(t_0) = \sum_{n=N}^{t_0} p_{0N}(n). \tag{17}$$

По формуле условной вероятности вероятность $P(t, t + t_0)$ безотказной работы системы на интервале от t до $(t + t_0)$ определяется как $P(t + t_0) = P(t + t_0)/P(t)$. Следовательно, вероятность $Q(t + t_0)$ отказа системы на интервале времени от t до $(t + t_0)$ будет равна $Q(t + t_0) = 1 - P(t + t_0)/P(t)$.

Определим значение среднего времени T_1 функционирования системы до отказа. Так как в нашей системе начальное состояние – S_0, а поглощающее состояние – S_N, то искомое время T_1 определится по формуле:

$$T_1 = t_0 = \sum_{S_j \in S^1} n_{0j} = \sum_{j=0}^{N-1} n_{0j}. \quad (18)$$

Заключение

В работе представлена модель распределенной системы, которая использует оперативное резервирование для повышения надежности обработки запросов к данным. В случае разрушения оперативного резерва в узле он не восстанавливается, а узел остается неработоспособным. На основе данной модели получены аналитические выражения для расчета значений важных показателей надежности функционирования распределенных систем обработки данных. Полученные результаты целесообразно использовать при анализе эффективности размещения копий оперативного резерва по узлам распределенной системы.

Литература:

1. *Кульба В.В., Сомов С.К., Шелков А.Б.* Анализ влияния использования информационной избыточности на показатели надежности распределенных информационных систем // Надежность. – 2022. – Том 22. № 1. – С. 4-12.

2. *Сомов С.К.* Сохранность информации в распределенных системах обработки данных. – М.: ИПУ РАН, 2019. – 254 с.

3. *Микрин Е.А., Сомов С.К.* Анализ эффективности стратегий восстановления информации в распределенных системах обработки данных // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2016. – № 3. – С. 5-19.

4. *Розанов Ю.А.* Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1982. – 128 с.

5. *Кемени Д., Снелл Д.* Конечные цепи Маркова. – М.: Мир, 1970. – 271 с.