DOI: 10.25728/iccss.2023.78.89.063

Степанцов М.Е.

# Моделирование конкуренции трех акторов, бинарное отношение сил которых представляет собой цикл

**Аннотация:** В работе рассматривается сценарий конкуренции между тремя распределенными на плоскости акторами (например, условными информациями), относительные силы которых образуют цикл. Для математического моделирования используется стохастический клеточный автомат, позволяющий учесть пространственное распределение акторов. Вычислительные эксперименты, проведенные при помощи имитационной системы, построенной на основе данной модели показывают, что наряду со стационарными и колебательными, которые наблюдаются и при использовании модели на основе дифференциальных уравнений, наблюдаются также хаос и формирование устойчивых динамических структур. Введена характеристика, позволяющая фиксировать появление таких структур в стохастической модели.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, имитационное моделирование, клеточные автоматы, условные информации, самоорганизация

Задача противоборства трех акторов изучена на так подробно, как случай двух акторов, досконально исследованный в моделях типа «хищник-жертва» [1]. Тем не менее, в рамках ее исследования при помощи классического подхода, основанного на решении систем дифференциальных уравнений, получены определенные результаты, в частности, обнаружено непериодическое циклическое поведение решения [2].

Подобные модели могут быть использованы для исследования противоборства условных информаций [3], что было сделано, в частности, в работе [4].

Следует отметить, что во всех упомянутых работах при рассмотрении конкуренции акторов не учитывается их пространственное распределение, в то время как во многих случаях, в частности, при конкуренции условных информаций пространственное распределение различных информаций играет существенную роль (здесь и далее в работе под пространственным распределением будет подразумеваться двумерное, соответствующее распространенности акторов по территории).

Эту роль учитывал Хагерстранд в своей модели диффузии инноваций [5], которая может представлять собой пример взаимодействия условных информаций. Основанные на этой концепции модели могут быть созданы и при помощи дифференциальных уравнений, как, например, в случае математического моделирования исторических процессов Малковым А.С. [6]. Однако в данной работе будет предложен метод моделирования конкуренции акторов при помощи дискретной модели на основе клеточного автомата.

Рассмотрим сначала самый простой случай конкуренции трех акторов, связанных полным бинарным отношением «сильнее», означающим, что более сильный актор однозначно вытесняет более слабый. Случай, когда это отношение представляет собой линейный порядок, очевидно, не представляет собой никакого интереса, поскольку самый сильный из акторов просто вытеснит остальные. Поэтому будем рассматривать ситуацию, когда это отношение образует цикл длины 3.

Предлагаемая модель представляет собой клеточный автомат на ортогональной сетке с окрестностью фон Неймана (4 соседа для каждой клетки). Состояние клетки $S \in \{1; 2; 3\}$ соответствует преобладанию в описываемой клеткой локации первого, второго или третьего акторов соответственно. Бинарное отношение «сильнее» на множестве $S$ задается матрицей:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

В качестве правила клеточного автомата можно предложить идею «копируй с более сильного соседа» по аналогии с классическим автоматом «копируй со случайного соседа» [7]. Алгоритм такого автомата имеет следующий вид:

*If Center=1 And (North=2 Or West=2 Or East=2 Or South=2) Then Center'=2*
*If Center=2 And (North=3 Or West =3 Or East=3 Or South=32) Then Center'=3*
*If Center=3 And (North=1 Or West=1 Or East=1 Or South=1) Then Center'=1*

Здесь *Center*, *North*, *West*, *East*, *South* – традиционные обозначения состояния самой клетки и четырех ее соседей, а *Center'* означает состояние клетки на следующем шаге по времени.

На основе этого автомата построим имитационную систему, моделирующую взаимодействие трех акторов, взяв поле размером 20x20 и в качестве граничных условий зафиксировав состояние граничных клеток.

При помощи этой системы, основанной пока что на детерминированном автомате, при использовании различных начальных пространственных распределений акторов были повторены результаты, полученные в работе [4], а именно: асимптотическое стремление распространенности двух из акторов к нулю (абсолютная победа третьего) и колебательные процессы (рисунок 1).

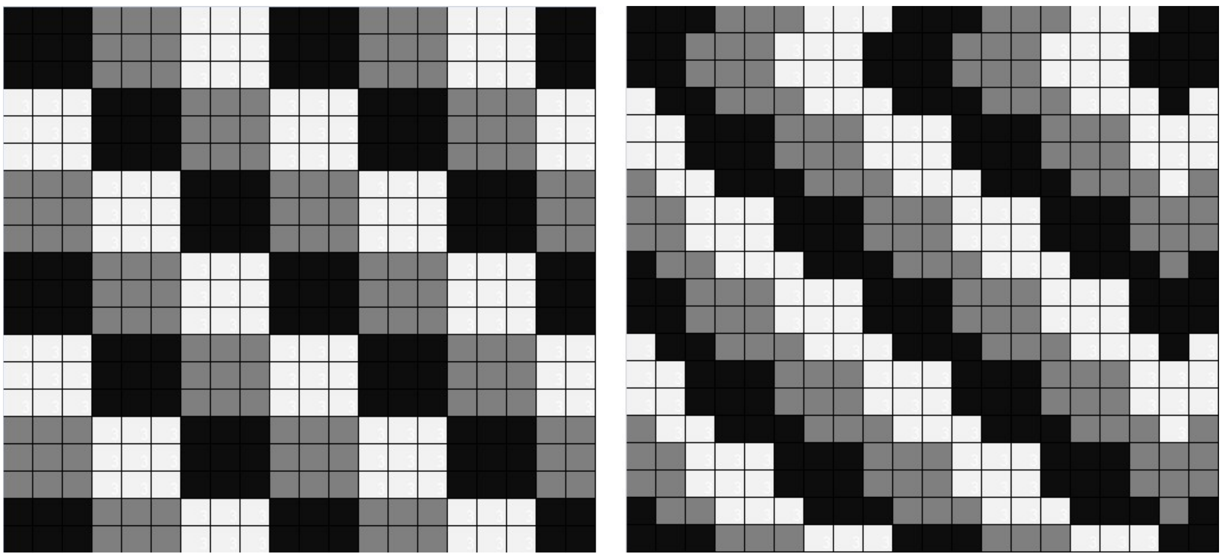

Рисунок 1 – Начальное распределение состояний клеток и установившийся колебательный режим

Однако, помимо этого, при других начальных распределениях акторов модель переходит в хаотический режим, причем даже при использовании в качестве начального распределения упорядоченной структуры (рисунок 2).

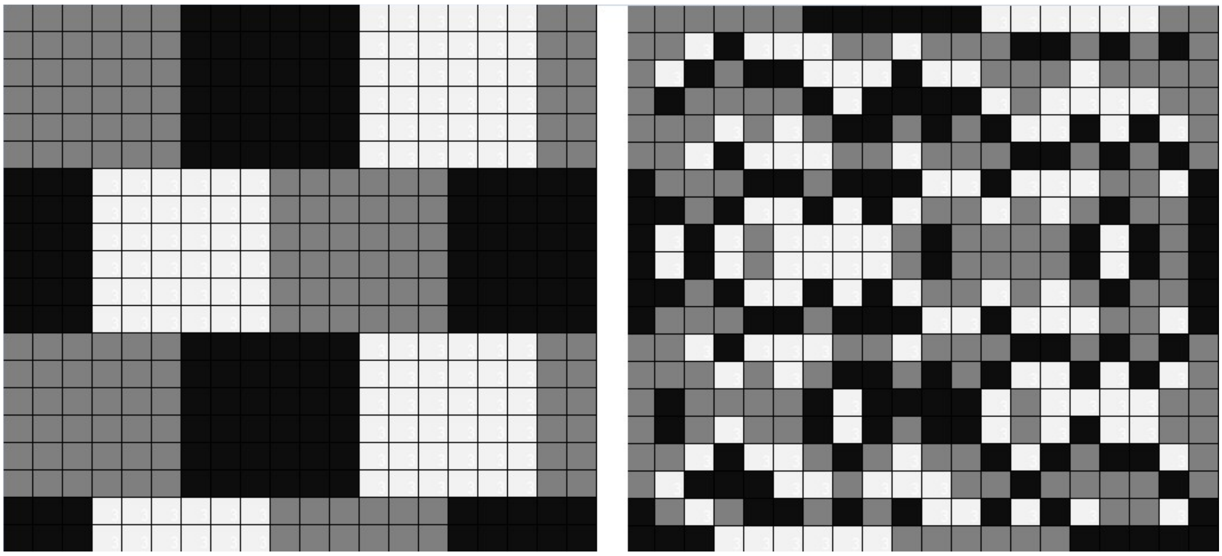

Рисунок 2 – Начальное распределение состояний клеток и установившийся хаотический режим

При наличии на достаточно большом пространстве только одной локации, где встречаются все три актора, возникают устойчивые динамические структуры, напоминающие спирали (рисунок 3).

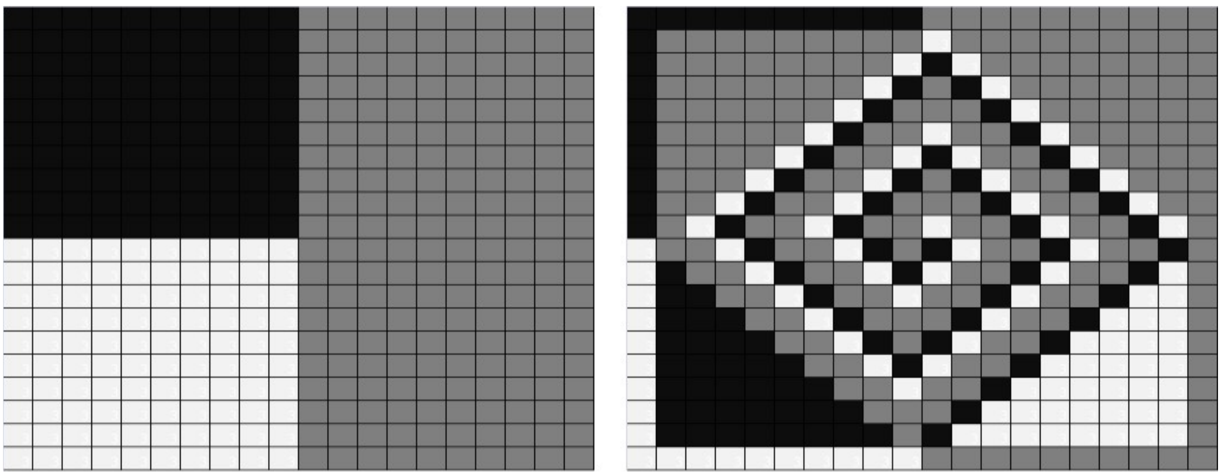

Рисунок 3 – Начальное распределение состояний клеток и возникшие динамические структуры

Для того, чтобы количественно охарактеризовать возникновение структур, вычислим автокорреляционную функцию состояний клеток поля клеточного автомата:

$$A(u,v)=\frac{1}{400}\sum_{\substack{x=0\\y=0}}^{20} e^{\frac{2\pi i(S(x+u,y+v)-s(x,y))}{3}}. \tag{2}$$

В качестве характеристики наличия периодических структур рассмотрим значение $A^{*}=\max\limits_{u+v\neq 0}|A(u,v)|$, причем значение функции $A(0,0)=1$ из рассмотрения исключаем.

Результаты вычислений значений $A*$ для трех вышеупомянутых случаев представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения $A*$ для случаев колебательного, хаотического режима и динамических струткур

| **Начальное распределение** | **Установившийся режим** |
|---|---|
| 0,85 | 0,81 |
| 0,85 | 0,16 |
| 0,92 | 0,44 |

В начальных состояниях, заданных в каждом из случаев правильными структурами прямоугольной формы, величина максимума автокорреляционной функции, естественно, высока. Периодические структуры характеризуются почти таким же высоким показателем автокорреляции, а спиралеподобные динамические структуры значительно уступают им, однако в их случае $A*$ заметно выше, чем при хаосе.

Этот показатель поможет нам исследовать динамику модели при переходе от детерминированного автомата к стохастическому, позволяющему описать конкуренцию акторов с различными показателями силы друг относительно друга.

Для моделирования такой системы сделаем копирование более сильного актора случайным событием, происходящим с вероятностями $p_{21}$,. $p_{32}$ и $p_{13}$ соответственно. Алгоритм стохастического автомата будет иметь вид:

*If Center=1 And (North=2 Or West=2 Or East=2 Or South=2) And r<*$p_{21}$ *Then Center'=2*
*If Center=2 And (North=3 Or West =3 Or East=3 Or South=32) And r<*$p_{32}$ *Then Center'=3*
*If Center=3 And (North=1 Or West=1 Or East=1 Or South=1) And r<*$p_{13}$ *Then Center'=1*

В этом случае при моделировании динамики системы при тех же начальных данных структуры, подобные изображенным на рисунках 1 и 3. которые можно четко увидеть, сохраняются лишь при $p_{ij} \gtrsim 0{,}98$. Поэтому для анализа динамики системы здесь предлагается не полагаться на взгляд, а использовать автокорреляционную функцию (2).

На рисунке 4 приведен пример результатов моделирования системы с начальными условиями, соответствующими рисунку 3 для стохастического автомата с $p_{21} = 0{,}5$,. $p_{32} = 0{,}6$ и $p_{13} = 0{,}4$. Величина $A*$ убывает с временем, однако в течение 20 шагов остается значительно выше уровня 0,16, характерного для хаотической динамики системы. То есть, поскольку исходная структура за это время разрушилась, как и в случае детерминированного автомата, можно говорить о сохранении в течение этого времени динамических структур.

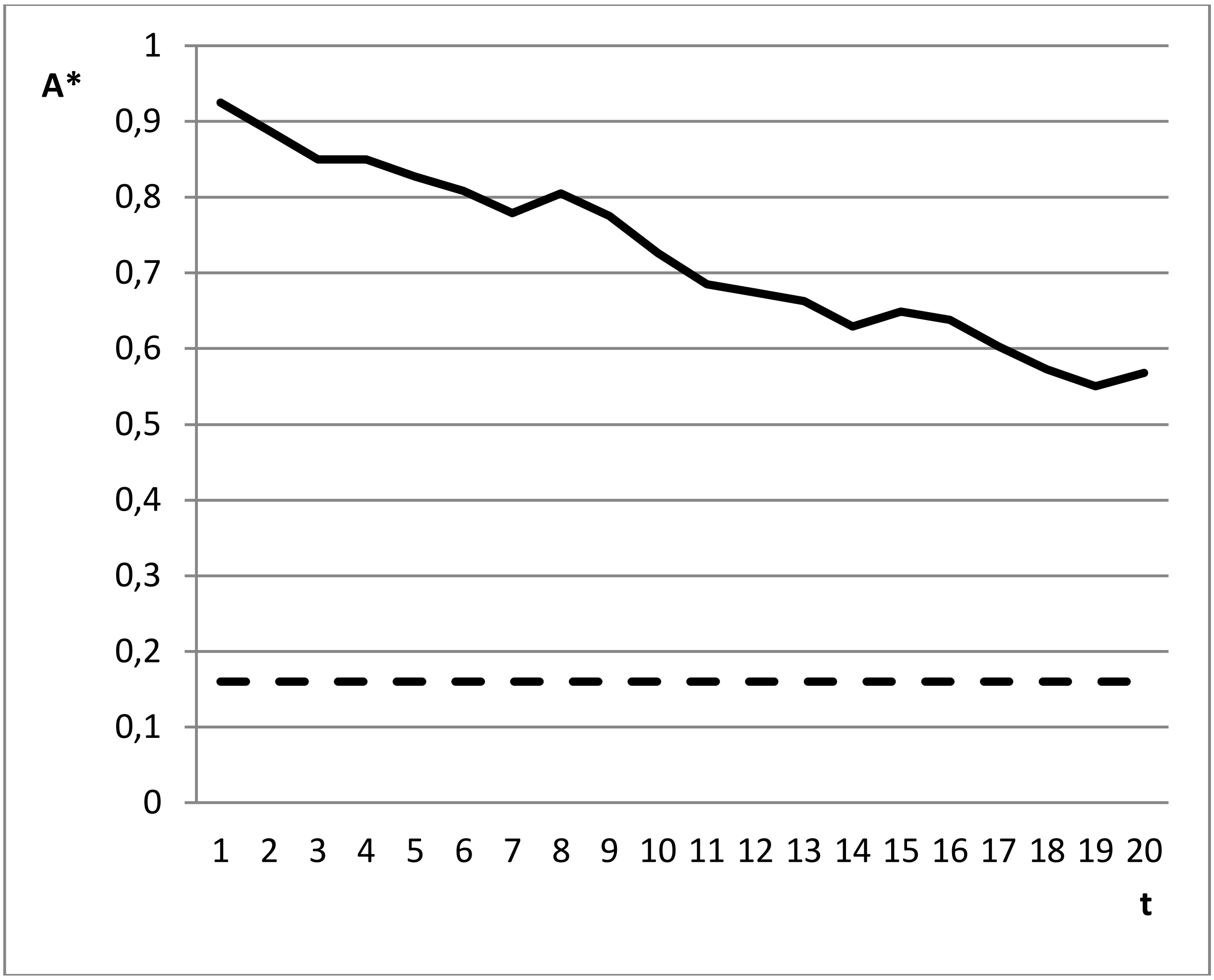


Рисунок 4 – Зависимость *A** от времени на протяжении 20 шагов. Пунктирная линия показывает уровень *A** для случая хаотической динамики

Таким образом, предложенная модель, в отличие от непрерывных аналогов, позволяет описывать взаимодействие противоборствующих акторов с учетом их пространственного распределения.

Помимо полученных при помощи непрерывных моделей режимов победы одного из акторов и колебательных процессов предложенная модель может в зависимости от начального пространственного распределения акторов находиться в хаотическом режиме и образовывать динамические структуры.

Характеристики режимов, возникающих в стохастическом варианте модели, описывающей акторы различной относительной силы, могут быть установлены при помощи подсчета максимального значения автокорреляционной функции состояний клеток поля клеточного автомата. Параметры динамики детерминированной модели могут быть использованы в качестве эталонных значений различных режимов динамики системы.

Данная модель при условии соответствующей модификации может применяться для исследования широкого класса процессов, в которых имеет место конкуренция нескольких пространственно-распределенных акторов

Литература:


1. *Lotka A.J.* Elements of Physical Biology. – Williams and Wilkins, 1925. – 495 p.
2. *May R.M., Leonard W.J.* Nonlinear aspects of competition between three species // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1975. – Vol. 29. Iss. 2. – P. 243-253.
3. *Чернавский Д.С.* Синергетика и информация: динамическая теория информации. – М.: Наука, 2001. – 243 с.
4. *Малков С.Ю., Кирилюк И.Л.* Базовая модель социальных взаимодействий / В книге: Анализ и моделирование мировой и страновой динамики: методология и базовые модели. – М.: Учитель, 2015. – С. 78-93.
5. *Haegerstrand T.* Innovation diffusion as a spatial process. – The University of Chicago Press, 1967. – 334 p.
6. *Малков А.С.* О математическом моделировании товаропотоков. – М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2005. – 45 с.
7. *Тоффоли Т., Марголус Н.* Машины клеточных автоматов. – М: Мир, 1991. – 280 с.


---

**DOI: 10.25728/iccss.2023.94.89.064**

**Мусаев В.К.**

## Математическое моделирование волновых сейсмических воздействий на подземное сооружение

**Аннотация:** Приводится информация о математическом (компьютерном) моделировании нестационарных волн в подземном сооружении при сейсмических воздействиях.